Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
4-5	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
2-3	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
0-1	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за всю работу – 40.

Задача 1. Моторная лодка.

Пункты А и В находятся на берегу реки на некотором расстоянии друг от друга. Моторная лодка проходит расстояние АВ вниз по течению реки за 3 ч, а плот то же расстояние – за 12 ч. Какое время затратит моторная лодка на обратный путь?

Решение. Обозначим расстояние между пунктами A и B через L, скорость моторной лодки относительно воды через $v_л$, а скорость течения через $v_т$. Тогда $t_0 = \frac{L}{v_т}$, $t_1 = \frac{L}{v_л + v_т}$, $t_2 = \frac{L}{v_л - v_т}$. Исключая из записанной системы уравнений L, $v_л$ и $v_т$, находим $t_2 = \frac{t_0 t_1}{t_0 - 2t_1} = 6$ ч.

Ответ. $t_2 = \frac{t_0 t_1}{t_0 - 2t_1} = 6$ ч.

Критерии оценивания

Найдено время движения плота	2
Найдено время движения лодки по течению	3
Найдено время движения лодки против течения	3
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 2. Железо и алюминий.

При одинаковых объёмах кусок железа имеет массу на 12,75 кг большую, чем кусок алюминия. Определите массу кусков железа и алюминия.
Плотность алюминия 2700 кг/м^3, плотность железа 7800 кг/м^3.

Решение

$$m_ж = V \cdot \rho_ж$$
$$m_{Al} = V \cdot \rho_{Al}$$
$$m_ж - m_{Al} = \Delta m$$
$$V \cdot \rho_ж - V \cdot \rho_{Al} = \Delta m$$
$$V = \frac{\Delta m}{\rho_ж - \rho_{Al}}$$
$$m_ж = \frac{\Delta m}{\rho_ж - \rho_{Al}} \rho_ж$$
$$m_{Al} = \frac{\Delta m}{\rho_ж - \rho_{Al}} \rho_{Al}$$

$$m_ж = \frac{12{,}75}{7800 - 2700} 7800 = 19{,}5 \text{ кг}$$

$$m_{Al} = \frac{12{,}75}{7800 - 2700} 2700 = 6{,}75 \text{ кг}$$

Критерии оценивания

Записаны формулы для расчета массы брусков	2
Записана формула для определения объема бруска	3
Записана расчетная формула для определения массы бруска	3
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 3. Капающий кран.

На кухне в квартире дяди Федора целый год капала вода. Утром перед школой сонный дядя Федор сидел за завтраком. За этот год дяде Федору уже не надо было смотреть на часы – он знал, что каша появлялась на его столе за T = 10 минут до того, как надо было покинуть квартиру, а это равнялось 40 ударам капель о раковину. В момент выхода из дома он поставил под кран не грязную тарелку, а мерный стакан, и ушел в школу.
Вернувшись домой через t = 5 часов, дядя Федор тут же вынул мерный стакан из-под крана, в котором было 6 мл воды, и оставил его до прихода папы в надежде, что это будет поводом для починки крана. Папа был впечатлен такой наблюдательностью сына и, в общем – то, согласился начать ремонтные работы, но для полной убедительности попросил дядю Федора подсчитать объем одной капли воды в кубических миллиметрах. Помогите дяде Федору справиться с заданием папы.

Решение. Частота ударов капель о раковину равна $n = \dfrac{N}{T} = \dfrac{40}{10} = 4$ капли в минуту. Объем воды, набираемый за одну минуту, равен $V_1 = n \cdot v$, где v – объем одной капли. За 5 часов объем воды в мерном стакане будет равен $V = V_1 \cdot 5 \cdot 60 = n \cdot v \cdot 5 \cdot 60$. Так как 1 мл = 1 см^3 = 1000 мм^3, то $V = 6$ мл $= 6000$ мм^3. Отсюда получаем, что объем одной капли равен $v = \dfrac{V}{n \cdot 5 \cdot 60} = \dfrac{V \cdot T}{N \cdot 5 \cdot 60} = \dfrac{6000 \cdot 10}{40 \cdot 5 \cdot 60} = 5$ мм^3.

Ответ: 5 мм^3.

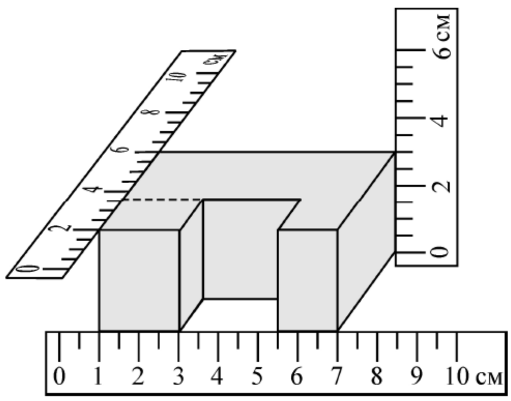
Критерии оценивания

Записана формулы для расчета частоты ударов капель	2
Записана формула для определения объема воды, набираемой за 1 мин	3
Записана формула для определения объема воды, набираемой за 5часов	1
Записана расчетная формула для определения объема 1ой капли	2
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 4. Знайкино задание.

Тема лекции Знайки называлась «Измерения». Незнайке было скучно. Он сидел, рассматривая проплывающие по небу облака, как вдруг услышал: «Задание, друзья!» - сказал Знайка, - «Теперь определите в системных единицах площадь поверхности, выданных вам тел.» Незнайке досталось тело замысловатой формы. Он прикладывал линейку то так, то эдак, но определить так и не смог. И главное – что такое «системные единицы». Незнайка не знал.

Используя его измерения, помогите Незнайке справиться с заданием Знайки.



Решение. «Системные единицы» в системе СИ – это, очевидно метры. Согласно рисунку, имеем:

1) для боковых граней $S_1 = 0{,}04 \cdot 0{,}03 = 0{,}0012$ м^2;

2) для верхней (или нижней) грани $S_2 = 0{,}04 \cdot 0{,}02 + 0{,}025 \cdot 0{,}025 + 0{,}04 \cdot 0{,}015 = 0{,}002025$ м^2;

3) для задней (или торцевой) грани $S_3 = 0{,}03 \cdot 0{,}06 = 0{,}0018$ м^2;

4) для боковых граней углубления $S_4 = 0{,}015 \cdot 0{,}03 = 0{,}00045$ м^2.

Суммарная площадь поверхности: $S = 2 \cdot S_1 + 2 \cdot S_2 + 2 \cdot S_3 + 2 \cdot S_4 = 0{,}01095$ м^2.

Ответ: $S = 0{,}01095$ м^2.

Критерии оценивания

Рассчитана площадь боковых граней	2
Рассчитана площадь верхней и нижней граней	2
Рассчитана площадь задней и торцевой граней	2
Рассчитана площадь боковых граней углубления	2
Получен правильный числовой ответ	2

Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
4-5	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
2-3	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
0-1	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за всю работу – 40.

Задача 1. Сообщающиеся сосуды

В трех одинаковых сообщающихся сосудах находится ртуть. В левый сосуд налили слой воды высотой 180 мм, а в правый – высотой 228 мм. На какую величину сместится уровень ртути в среднем сосуде, если известно, что ртуть из левого и правого сосудов не вытесняется водой полностью?
Плотность ртути 13600 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3.

Р е ш е н и е. Пусть h_0 — высота начального уровня ртути в сосудах. После того как нальют воду, уровень ртути в левом сосуде опустится на Δh_1, в правом — опустится на Δh_3, а в среднем — повысится на $\Delta h_1 + \Delta h_3$. Жидкости будут находиться в равновесии при равенстве давлений ртути на уровне трубки, соединяющей сосуды: $\rho_в h_1 g + \rho(h_0 - \Delta h_1)g = \rho(h_0 + \Delta h_1 + \Delta h_3)g$, $\rho(h_0 + \Delta h_1 + \Delta h_3)g = \rho_в h_3 g + \rho(h_0 - \Delta h_3)g$. Из этих равенств, следует, что $\rho_в h_1 = \rho(2\Delta h_1 + \Delta h_3)$, $\rho_в h_3 = \rho(\Delta h_1 + 2\Delta h_3)$, или $\rho_в(h_1 + h_3) = 3\rho(\Delta h_1 + \Delta h_3)$. Учитывая, что $\Delta h_1 + \Delta h_3 = h_2$, получаем: $h_2 = \frac{\rho_в}{3\rho}(h_1 + h_3) = 10$ мм.

О т в е т. $h_2 = 10$ мм.

Задача 2. Лед в калориметре

В калориметре находится 400 г воды при температуре 5^0С. К ней долили еще 200г воды при температуре 10^0С и положили 400 г льда при температуре -60^0С. Какая масса льда оказалась в калориметре после установления теплового равновесия?

Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг*^{0}С), Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг*^{0}С), удельная теплота плавления льда 330000 Дж/кг. Теплоемкостью калориметра пренебречь.

Решение. Решение задач такого типа необходимо начинать с числовых оценок количеств теплоты, которыми обмениваются различные компоненты системы при установлении теплового равновесия. Определим вначале количество теплоты, которое может отдать вода при остывании до температуры плавления льда (0 °С): $Q_1 = m_1 c_в t_1 + m_2 c_в t_2 = 16{,}8$ кДж. Количество теплоты, требующееся для нагревания льда до температуры плавления, равно $Q_2 = m_3 c_л |t_3| = 50{,}4$ кДж. Сравнивая эти величины, видим, что теплоты, отдаваемой водой при остывании, недостаточно для нагревания льда до 0 °С. В то же время количество теплоты, которое может отдать вся вода при замерзании, $Q_3 = (m_1 + m_2)\lambda = 198$ кДж явно превышает количество теплоты, требующееся для нагревания льда до температуры плавления. Следовательно, при установлении теплового равновесия в калориметре вода остынет до 0 °С, часть ее замерзнет, и весь лед будет иметь температуру плавления. Обозначив через m_x массу замерзшей воды, запишем уравнение теплового баланса: $m_x\lambda = Q_2 - Q_1$, откуда $m_x = \dfrac{Q_2 - Q_1}{\lambda} \approx 102$ г. Таким образом, после установления теплового равновесия в калориметре образуется смесь воды и льда при нулевой температуре, причем масса льда $m \approx 502$ г.

Ответ. $m \approx 502$ г.

Критерии оценивания

Проведена оценка количеств теплоты, которым обмениваются вещества при установлении теплового равновессия	3
Записаны формулы для расчета количеств теплоты	3
Записано уравнение теплового балланса	2
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 3. Велосипед

Трое туристов решили перейти из пункта А в пункт Б, расстояние между которыми 22 км. В их распоряжении есть один велосипед, на котором одновременно могут ехать не больше двух человек. Скорость движения пешком 5 км/ч, а на велосипеде 20 км/ч, если едет 1 человек и 15 км/ч, если едут два человека. Как должны поступить туристы, чтобы за минимальное время добраться до пункта Б. Найдите это время.

Решение.

Время путешествия будет минимальным, если все туристы одновременно прибудут в пункт назначения, а велосипед все время будет задействован: в сторону от А к Б на нем будут ехать двое, а от Б к А – один.

Пусть два туриста на велосипеде проехали расстояние x. На это им потребовалось время $t_2 = x / \upsilon_2$. Затем один из них до пункта *Б* шёл пешком (и прошёл расстояние $L - x$ за некоторое время t_0), а другой – поехал обратно навстречу своему товарищу, который из *А* шёл пешком. Пусть на обратную дорогу он потратил время τ. Если они встретятся от пункта *А* на расстоянии $y = L - x$, то далее проедут на велосипеде расстояние x и прибудут в пункт *Б* одновременно со спешившимся туристом!

Запишем эти условия на языке формул.

$$\upsilon_0 \left(t_2 + \tau \right) = L - x . \qquad (1)$$

За время t_2 пеший турист прошёл расстояние $x_1 = \upsilon_0 t_2 = x \dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_2}$. Следовательно, велосипедист проедет обратно, до встречи со своим товарищем, расстояние $l = x - x_1$ за время

$$\tau = \frac{x - x_1}{\upsilon_0 + \upsilon_1} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_0}{\upsilon_2} \frac{x}{\upsilon_0 + \upsilon_1}$$

Подставим в формулу (1) времена t_2 и τ.

$$\upsilon_0 \left(\frac{x}{\upsilon_2} + \frac{\upsilon_2 - \upsilon_0}{\upsilon_2} \frac{x}{\upsilon_0 + \upsilon_1} \right) = L - x .$$

Разрешив это уравнение относительно x и подставив числовые значения скоростей и расстояния L, получим: $x = 15$ км.

Теперь найдём время $t_2 = \dfrac{x}{\upsilon_2} = 1$ час. Расстояние $L - x = 7$ км. Откуда $t_0 = \dfrac{L - x}{\upsilon_0} = 1,4$ часа.

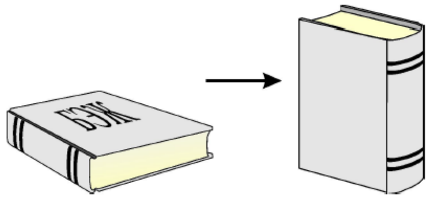
Таким образом, всё время путешествия $T = t_2 + t_0 = 2,4$ часа.

Примерные критерии оценивания

Предложена идея нахождения минимума времени путешествия................................ 3 балла
Конкретизация этой идеи ($y = L - x$) .... 1 балл
За формулу (1) или её аналога... 1 балл
Найдено время τ перемещения велосипедиста в направлении от *Б* к *А*......................... 1 балл
Решена система уравнений и найдено расстояние x .... 3 балла
Найдено время T всего путешествия .... 1 балл

Задача 4. Библиотекарь

В конце рабочего дня библиотекарь все книги, лежащие на столе, поставил вертикально, «корешок к корешку», прислонив их к стене, совершив работу в 60 Дж. Сколько книг он поставил вертикально, если известно, что все книги одинаковы, массы каждой из них 2 кг, высота a = 30 см, ширина b = 20 см, толщина c = 6 см.



Решение:
Книги после чтения лежали на столе, т.е. их центр тяжести находился на высоте c/2 над уровнем стола. Когда книги были поставлены к стене, их центр тяжести стал находиться на высоте a/2 над уровнем стола. Таким образом, работа, которую совершил библиотекарь, равна

$A = Mg\dfrac{a-c}{2}\cdot N$, где N – число книг. Отсюда находим $N = \dfrac{2A}{Mg(a-c)} = \dfrac{2\cdot 60}{2\cdot 10\cdot (0{,}3-0{,}06)} = 25$.

Ответ: 25 книг.

Критерии оценивания

Правильно определен центр тяжести книг до и после установки	3
Записана формула для расчета совершенной работы	4
Получен правильный числовой ответ	3

Ключи ответов
Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

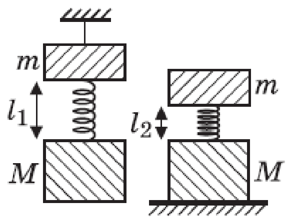
Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
4-5	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
2-3	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
0-1	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за всю работу – 50.

Задача 1. Невесомая пружина

Невесомая пружина скрепляет два груза массами m = 1 кг и M = 3 кг. Когда эта система подвешена за верхний груз, длина пружины равна 20 см. Если систему поставить на подставку, длина пружины будет равна 10 см. Определите длину ненапряженной пружины.

Решение. Условия равновесия грузов в первом случае (когда пружина растянута) и во втором случае (когда пружина сжата) имеют вид соответственно: $Mg = k(l_1 - l_0)$, $mg = k(l_0 - l_2)$. Выражая из этих соотношений l_0, получаем: $l_0 = \dfrac{ml_1 + Ml_2}{m + M} = 12{,}5$ см.



Ответ. $l_0 = 12{,}5$ см.

Критерии оценивания

Записано условие равновесия грузов в первом случае	3
Записано условие равновесия грузов во втором случае	3
Получено выражение для l_0	2
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 2. Вмерзший брусок

Тело, состоящее из куска льда и вмерзшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится $\alpha = 95\%$ объема тела. Какой процент льда β должен растаять, чтобы тело полностью погрузилось в воду?

Плотность воды 1000 кг/м^3, плотность алюминия 2700 кг/м^3, плотность льда 900 кг/м^3.

Решение. Пусть $V_а$ — объем алюминиевого бруска, V_0 и V — начальный и конечный объемы льда. Выражая массы этих тел через их объемы и плотности, имеем: $m_а = \rho_а V_а$, $m_0 = \rho_л V_0$, $m = \rho_л V$, где $m_а$ — масса алюминия, m_0 и m — начальная и конечная массы льда. Условия плавания льда с вмерзшим в него бруском можно записать в виде: $(V_0\rho_л + V_а\rho_а)g = \frac{\alpha}{100\%}(V_0 + V_а)\rho_в g$ (при частичном погружении в воду);

$(V\rho_л + V_а\rho_а)g = (V + V_а)\rho_в g$ (при полном погружении в воду). По условию задачи, искомая величина $\beta = 100\% \cdot \frac{V_0 - V}{V_0}$. Отсюда $V = V_0\left(1 - \frac{\beta}{100\%}\right)$. Подставляя это соотношение в условие плавания полностью погруженного тела, получаем: $\left(V_0\left(1 - \frac{\beta}{100\%}\right)\rho_л + V_а\rho_а\right)g = \left(V_0\left(1 - \frac{\beta}{100\%}\right) + V_а\right)\rho_в g$. Для того чтобы исключить неизвестные V_0 и $V_а$, приведем условия плавания к виду: $\left(\rho_л - \frac{\alpha\rho_в}{100\%}\right)V_0 = \left(\frac{\alpha\rho_в}{100\%} - \rho_а\right)V_а$, $\left(1 - \frac{\beta}{100\%}\right)(\rho_в - \rho_л)V_0 = (\rho_а - \rho_в)V_а$. Деля почленно эти выражения одно на другое, получаем: $\frac{\rho_л - \frac{\alpha\rho_в}{100\%}}{\left(1 - \frac{\beta}{100\%}\right)(\rho_в - \rho_л)} = \frac{\frac{\alpha\rho_в}{100\%} - \rho_а}{\rho_а - \rho_в}$. Отсюда находим: $\beta = \frac{\left(1 - \frac{\alpha}{100\%}\right)\rho_в(\rho_а - \rho_л)}{\left(\rho_а - \frac{\alpha\rho_в}{100\%}\right)(\rho_в - \rho_л)} \cdot 100\% = 51\%$.

Ответ. $\beta = 51\%$.

Критерии оценивания

Записано условие плавания льда с вмезшим в него бруском (частичное погружение)	3
Записано условие плавания льда с вмезшим в него бруском (полное погружение)	3
Получено выражение β	2
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 3. Летящая пуля

Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, попадает в земляной вал и проникает в него на глубину 20 см. Какова скорость пули в тот момент времени, когда она находится на глубине 10 см? Силу сопротивления, действующую на пулю в толще земли считать постоянной.

Решение. Из кинематического уравнения, связывающего начальную и конечную скорости пули, ее ускорение и перемещение, следует, что: $l = \dfrac{v_0^2}{2a}$, $l_1 = \dfrac{v_0^2 - v_1^2}{2a}$. Исключая из этих соотношений ускорение пули a, получаем: $v_1 = v_0\sqrt{1 - \dfrac{l_1}{l}} \approx 280$ м/с.

Ответ. $v_1 \approx 280$ м/с.

Критерии оценивания

Записано кинематическое уравнения для полной остановки	3
Записано кинематическое уравнения для данного момента времени	3
Получено выражение для искомой скорости	2
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 4. Лед в калориметре

В калориметре находится 400 г воды при температуре 5^0С. К ней долили еще 200г воды при температуре 10^0С и положили 400 г льда при температуре -60^0С. Какая масса льда оказалась в калориметре после установления теплового равновесия?
Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг*^{0}С), Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг*^{0}С), удельная теплота плавления льда 330000 Дж/кг. Теплоемкостью калориметра пренебречь.

Решение. Решение задач такого типа необходимо начинать с числовых оценок количеств теплоты, которыми обмениваются различные компоненты системы при установлении теплового равновесия. Определим вначале количество теплоты, которое может отдать вода при остывании до температуры плавления льда (0 °С): $Q_1 = m_1 c_в t_1 + m_2 c_в t_2 = 16{,}8$ кДж. Количество теплоты, требующееся для нагревания льда до температуры плавления, равно $Q_2 = m_3 c_л |t_3| = 50{,}4$ кДж. Сравнивая эти величины, видим, что теплоты, отдаваемой водой при остывании, недостаточно для нагревания льда до 0 °С. В то же время количество теплоты, которое может отдать вся вода при замерзании, $Q_3 = (m_1 + m_2)\lambda = 198$ кДж явно превышает количество теплоты, требующееся для нагревания льда до температуры плавления. Следовательно, при установлении теплового равновесия в калориметре вода остынет до 0 °С, часть ее замерзнет, и весь лед будет иметь температуру плавления. Обозначив через m_x массу замерзшей воды, запишем уравнение теплового баланса: $m_x\lambda = Q_2 - Q_1$, откуда $m_x = \dfrac{Q_2 - Q_1}{\lambda} \approx 102$ г. Таким образом, после установления теплового равновесия в калориметре образуется смесь воды и льда при нулевой температуре, причем масса льда $m \approx 502$ г.

Ответ. $m \approx 502$ г.

Критерии оценивания

Проведена оценка количеств теплоты, которым обмениваются вещества при установлении теплового равновессия	3
Записаны формулы для расчета количеств теплоты	3
Записано уравнение теплового балланса	2
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 5. Электрическая схема.

Четыре резистора сопротивлениями $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 7$ Ом, $R_4 = 6$ Ом соединены с батареей (рис 11), напряжение на которой $U_{01} = 9{,}1$ В.

Между резисторами подключен идеальный вольтметр. Найдите его показания.

В какую сторону отклонится стрелка вольтметра?

При подключении «+» клеммы вольтметра к положительному выводу батареи, а «-» клеммы к отрицательному выводу, стрелка отклоняется вправо. (рис. 12)

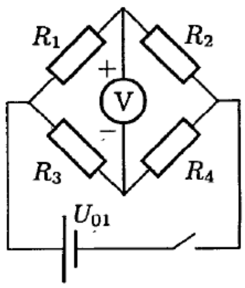


Рис. 11

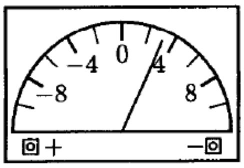


Рис. 12

Решение:

1. Введём обозначения: U_i — падение напряжения, а I_i — сила тока, проходящего через соответствующий резистор. Поскольку вольтметр идеальный, то:

$$I_1 = I_2, \tag{8}$$

$$U_1 + U_2 = U_3 + U_4 = U_{01}. \tag{9}$$

Отсюда следует:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = I_2 = \frac{U_2}{R_2},$$

или

$$U_1 = \frac{R_1}{R_2} U_2. \tag{10}$$

Подставляя (10) в (9), получим:

$$U_2 = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} U_{01}, \qquad U_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{01} = 3{,}9 \text{ В}. \tag{11}$$

Аналогичным образом:

$$U_3 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} U_{01} = 4{,}9 \text{ В}, \qquad U_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{01} = 4{,}2 \text{ В}.$$

Отсюда найдём показания вольтметра:

$$U_V = U_1 - U_3 = 3{,}9 \text{ В} - 4{,}9 \text{ В} = -1 \text{ В}.$$

Знак минус означает, что стрелка отклонится влево.

Критерии оценивания

Установмилась связь между U_1 и U_2 и U_3 и U_4	3
Найдены напряжения U_1 и U_3	4
Найдено показание вольтметра	2
Определено направление отклонения стрелки вольтметрна	1

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по физике. 2021-2022 учебный год. **10 класс.**

Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
5-6	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
3-4	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
1-2	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за работу – 50.

Задача 1. Тазики.

Для стрики белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны а = 80 см и высотой бортика h = 20 см хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельем квадратный тазик с размером стороны а/2, высотой бортика h и общей массой 2,4 кг. Для полоскания белья - круглый цилиндрический тазик, полностью заполненный водой, находящийся в тогм же поддоне. Радиус дна тазика а/4 и вфысота его бортика h. Каким будет уровень Н воды в поддоне, если вылить в него всю воду из круглого тазика?. После выливания воды, круглый тазик убирают из поддона. Отверстие закрыто пробкой.
(плотность воды 1000 кг/м^3, Площадь круга S = 3,14R^2)

Решение:

Исходный объём воды в круглом тазике равен объёму воды, вылитой в поддон. Площадь поддона, не занятая квадратным тазиком, равна $3a^2/4$, таким образом, если квадратный тазик не всплывает, то уровень H_1 воды в поддоне найдём из условия:

$$\pi R^2 h = \frac{3}{4}a^2 H_1.$$

Отсюда:

$$H_1 = \frac{4\pi R^2 h}{3a^2} \approx 5{,}2 \text{ см}.$$

Теперь выясним, всплывёт ли квадратный тазик, и если всплывёт, то на какую глубину y он погрузится в воду. По закону Архимеда:

$$mg = \rho g y \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

Отсюда:

$$y = \frac{4m}{\rho a^2} = 1{,}5 \text{ см}.$$

Следовательно, при выливании в поддон всей воды, содержащейся в круглом тазике, квадратный тазик всплывёт.

Сила давления на дно поддона складывается из веса тазика и веса вылитой в поддон воды $m_в g$. С другой стороны (так как на дно поддона давит только вылитая вода и никакие другие тела дна поддона не касаются), сила давления воды на дно поддона равна гидростатическому давлению слоя воды искомого уровня H_y, умноженному на площадь дна поддона.

$$mg + m_в g = \rho g a^2 H_y.$$

Масса $m_в$ вылитой в поддон воды равна объёму круглого тазика, умноженному на плотность воды, то есть $m_в = \pi R^2 h \rho$. Окончательно получим:

$$H_y = \frac{m}{\rho a^2} + \frac{\pi R^2 h}{a^2} \approx 4{,}3 \text{ см}.$$

Критерии оценивания

Найден уровень H_1 воды в поддоне (если бы квадратный таз не всплыл)	3
Проверено, всплывет ли квадратный таз	2
Найдена глубина погружения квадратного тазика	2
Найден уровень H_y воды в поддоне (формула)	2
Найдено числовое значение H_y	1

Задача 2. Вода в раковине.

В большой комнате с температурой воздуха $t_0 = 20^0$С находится тонкостенная металлическая раковина с квадратным сечением 30см*30см. В раковину ежесекундно тоненькой струйкой из крана вытекает 0,1 г воды. Температура воды в кране $t_1 = 54^0$С. Слив раковины прикрыт так, что вода из него частично вытекает. При этом уровень воды в раковине установился на высоте 10 см, равной глубине раковины. Пренебрегая теплоемкостью раковины и считая, что она очень хорошо проводит тепло, определите установившуюся температуру t воды в раковине. Считайте, что поток тепла q от воды в раковине пропорционален разности температур $(t - t_0)$, а также площади поверхности воды (включая стенки раковины). Коэффициент пропорциональности $k = 0{,}3$ Вт/(м^2*^{0}С), удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг*^{0}С). Вода в раковине перемешивается.

Решение:
μ – масса воды, вытекающей из крана.

Поскольку уровень воды в раковине установился, количество воды, вытекающей из крана, равно количеству воды, подтекающей из слива. По формуле Ньютона поток тепла $q = kS(t-t_0)$, где $S = 2a^2+4aH$ — площадь поверхности воды. Исходя из этого запишем уравнение теплового баланса:

$$c_в\mu(t_1 - t) = q, \qquad (1)$$

Из (1) находим:

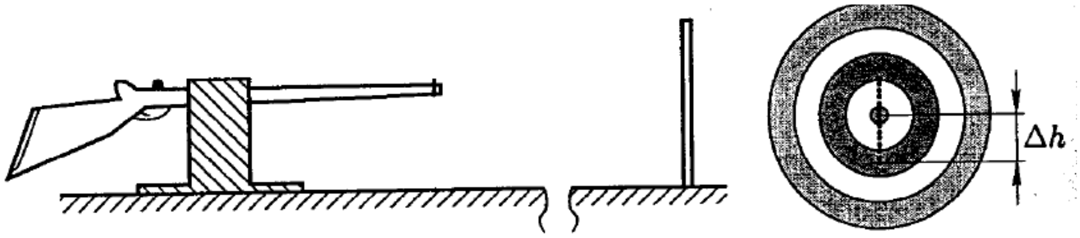
$$t = \frac{\mu c_в t_1/(kS) + t_0}{\mu c_в/(kS) + 1} = 48\ °\text{C}.$$

Критерии оценивания

Записано уравнение Ньютона	3
Найдено числовое значение S	1
Записано уравнение числового балланса	3
Получено аналитическое выражение для t	2
Найдено числовое значение t	1

Задача 3. Стрельба из винтовки.

Винтовку закрепили на стенде так, что ее ствол оказался горизонтальным. После этого из винтовки начали стрелять в мишень, находящуюся на расстоянии 50 м от нее. Из-за небольшого разброса Δv скоростей пуль они попадают в мишень на разной высоте, причем максимальное отклонение высоты их попадания в мишень от ее среднего значения составляет $\Delta h = 17$ мм. Определите максимальное отклонение Δv скорости пули от ее среднего значения $v_0 = 350$ м/с. Ускорение свободного падения 10 м/с^2. Изменение скорости пули из-за сопротивления воздуха не учитывать.



Решение:

Для двух пуль, вылетевших со скоростями v_1 и v_2:

$$t_1 = \frac{L}{v_1}, \qquad t_2 = \frac{L}{v_2}, \qquad h_1 = \frac{gt_1^2}{2}, \qquad h_2 = \frac{gt_2^2}{2},$$

где t_1— время пролёта наиболее быстрых пуль, t_2 — наиболее медленных, а h_1 и h_2 — соответствующие смещения пуль по вертикали.

Разница высот:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{gL^2}{2}\left(\frac{1}{v_2^2} - \frac{1}{v_1^2}\right) = \frac{gL^2}{2}\frac{(v_1+v_2)(v_1-v_2)}{v_1^2 v_2^2}. \qquad (2)$$

Так как разброс скоростей пуль достаточно мал, то $v_1 + v_2 \approx 2v_0$, $v_1 - v_2 = \Delta v$, откуда:

$$\Delta h \approx \frac{gL^2}{2} \cdot \frac{2v_0 \Delta v}{v_0^4} = \frac{gL^2}{v_0^3}\Delta v. \qquad (3)$$

Отсюда найдём:

$$\Delta v \approx \frac{v_0^3}{gL^2}\Delta h \approx 29 \text{ м/с}.$$

Задачу можно решить и точно, поскольку в (2) скорости $v_1 = v_0$, $v_2 = v_0 - \Delta v$. Тогда:

$$\Delta h = \frac{gL^2}{2}\left(\frac{1}{(v_0 - \Delta v)^2} - \frac{1}{v_0^2}\right). \qquad (4)$$

Отсюда:

$$v_0 - \Delta v = \frac{1}{\frac{1}{v_0^2} - \frac{2\Delta h}{gL^2}},$$

или

$$\Delta v = v_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2v_0^2 \Delta h}{gL^2}}} - 1\right) = 28{,}6 \text{ м/с}. \qquad (5)$$

Критерии оценивания

Найдено аналитическое выражение для h_1	2
Получено аналитическое выражение (1)	2
Сделано приближение $\Delta v = (v_1 - v_2)$ и $v_0 = (v_1 + v_2)/2$? Или получена формула (3)	2
Найдено выражение (2) или (4)	2
Найдено числовое значение Δv	2

Задача 4. Лед на дороге.

Мальчик стоит на границе газона и обледеневшего участка дороги шириной L. Трение между обувью мальчика и льдом на дороге равно 0. Он решил сначала отбежать назад, а затем, разогнавшись, преодолеть скользкий участок дороги по инерции. Коэффициент трения между обувью и газоном равен μ. Ускорение свободного падения g.

1. Какое наименьшее время T_1 потребуется мальчику, чтобы отбежать от дороги и вновь вернуться к границе обледеневшего участка, разогнавшись до скорости v_0?
2. Какое наименьшее время T от момента начала движения понадобится ему для преодоления всего скользкого участка?

Решение:

Наибольшее ускорение ученика, обусловленное трением, $a = \mu g$ как при разгоне, так и при торможении (рис. 19). На скользком участке скорость не меняется. Пусть школьник в течение времени t_1 удаляется с ускорением a от края дороги. Затем он начинает тормозить с тем же ускорением. До полной остановки уйдёт такое же время t_1. При этом он окажется на расстоянии $s = at_1^2$ от края дороги. Разгоняясь в сторону границы, он затратит ещё время t_2, чтобы вновь преодолеть расстояние s. При этом $s = at_2^2/2$. Скорость же на границе $v = at_2$.

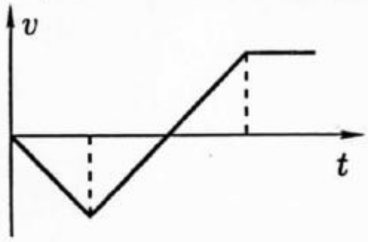


Рис. 19

Выражая t_1 через t_2, а затем t_2 через v_0, получим ответ на первый вопрос:

$$T_1 = (\sqrt{2}+1)\frac{v_0}{\mu g}.$$

Время пересечения дороги t_3 равно:

$$t_3 = L/(at_2).$$

Полное время движения:

$$T = 2t_1 + t_2 + t_3.$$

Выражая t_1 через t_2, получим:

$$T = (\sqrt{2}+1)t_2 + L/(at_2).$$

Наименьшее время достигается при $(\sqrt{2}+1)t_2 = L/(at_2)$, то есть при условии:

$$t_2^2 = \frac{L}{(\sqrt{2}+1)a}.$$

Отсюда:

$$T = 2\sqrt{\frac{L(\sqrt{2}+1)}{\mu g}}.$$

Критерии оценивания

Получено выражение для расстояния S	1
Получено выражение для времени t_2	1
Найдена связь скорости v со временем t_2	1
Получено выражение для времени T_1	2
Получено выражение для времени t_3 пересечения дороги	1
Время T выражено через t_2	1
Получено окончательное выражение для времени T	3

Задача 5. Электрическая схема.

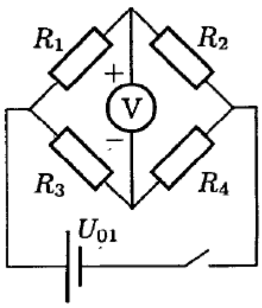


Рис. 11

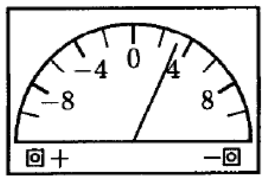


Рис. 12

Четыре резистора сопротивлениями R_1 = 3 Ом, R_2 = 4 Ом, R_3 = 7 Ом, R_4 = 6 Ом соединены с батареей (рис 11), напряжение на которой U_{01} =9,1 В.
Между резисторами подключен идеальный вольтметр. Найдите его показания.
В какую сторону отклонится стрелка вольтметра?
При подключении «+» клеммы вольтметра к положительному выводу батареи, а «-» клеммы к отрицательному выводу, стрелка отклоняется вправо. (рис. 12)

Решение:

1. Введём обозначения: U_i — падение напряжения, а I_i — сила тока, проходящего через соответствующий резистор. Поскольку вольтметр идеальный, то:

$$I_1 = I_2, \tag{8}$$

$$U_1 + U_2 = U_3 + U_4 = U_{01}. \tag{9}$$

Отсюда следует:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = I_2 = \frac{U_2}{R_2},$$

или

$$U_1 = \frac{R_1}{R_2} U_2. \tag{10}$$

Подставляя (10) в (9), получим:

$$U_2 = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} U_{01}, \qquad U_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{01} = 3{,}9 \text{ В}. \tag{11}$$

Аналогичным образом:

$$U_3 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} U_{01} = 4{,}9 \text{ В}, \qquad U_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{01} = 4{,}2 \text{ В}.$$

Отсюда найдём показания вольтметра:

$$U_V = U_1 - U_3 = 3{,}9 \text{ В} - 4{,}9 \text{ В} = -1 \text{ В}.$$

Знак минус означает, что стрелка отклонится влево.

Критерии оценивания

Установмилась связь между U_1 и U_2 и U_3 и U_4	3
Найдены напряжения U_1 и U_3	4
Найдено показание вольтметра	2
Определено направление отклонения стрелки вольтметрна	1

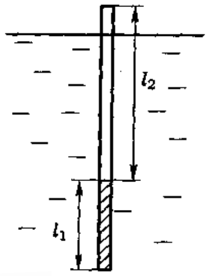
Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
5-6	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
3-4	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
1-2	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за работу – 50.

Задача 1. Стержень в воде



Тонкий стержень постоянного сечения состоит из двух частей. Первая из них имеет длину 10 см и плотность 1,5г/см^3, вторая – плотн6ость 0,5 г/см^3. При какой длине второй части стержня он будет плавать в воде (плотность воды 1г/см^3) в вертикальном положении?

Решение:

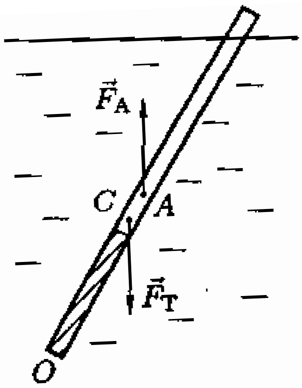


Рис. 28

Пусть S — площадь сечения стержня. Вес воды в объёме стержня:

$$P = \rho_0(l_1 + l_2)gS.$$

Вес стержня:

$$P_0 = (\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2)gS.$$

Стержень не будет тонуть, если $P > P_0$, откуда находим:

$$l_2 > l_1 = 10 \text{ см}.$$

Для того, чтобы стержень плавал вертикально, необходимо, чтобы при малом наклоне стержня возникал вращающий момент, стремящийся вернуть его в вертикальное положение. Это возможно, если точка приложения силы Архимеда $\vec{F}_A$ находится выше точки приложения силы тяжести $\vec{F}_T$, то есть геометрический центр A погружённой части расположен выше центра тяжести C стержня (рис. 28). Это условие можно представить в виде:

$$OA > OC. \qquad (14)$$

Обозначим за L глубину подводной части стержня. Тогда:

$$L = \frac{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2}{\rho_0} = \frac{3}{2}l_1 + \frac{1}{2}l_2,$$

$$OA = \frac{L}{2} = \frac{1}{4}(3l_1 + l_2).$$

По определению расстояние от точки O до центра масс равно:

$$OC = \frac{\rho_1 l_1(l_1/2) + \rho_2 l_2(l_1 + l_2/2)}{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2} = \frac{3l_1^2 + 2l_1 l_2 + l_2^2}{2(3l_1 + l_2)}.$$

В этих обозначениях условие (14) примет вид:

$$(3l_1 + l_2)^2 > 2(3l_1^2 + 2l_1 l_2 + l_2^2),$$

$$3l_1^2 + 2l_1 l_2 - l_2^2 < 0.$$

С учётом того, что $l_2 > 0$, получаем ограничение сверху:

$$l_2 < 3l_1 = 30 \text{ см}.$$

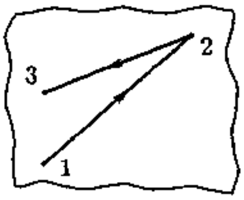
Окончательный ответ 10 см < l_2< 30см.

Критерии оценивания:

Найдена минимальная длина l_2, при которой стержень не тонет	3
Записано условие устойчивости плавания стержня	1
Получено выражение для расстояния ОА	2
Найдено расстояние о точки О до центра масс	2
Решено неравенство относительно l_2	1
Приведен окончательный ответ	1

Задача 2. Оси координат.

На старой рукописи изображен процесс 1 – 2 – 3, совершенный с одним молем азота. Состояние 1 и 3 лежат на одной изохоре. В процессах 1 – 2 и 2 – 3 объем газа изменяется на ΔV. Количество теплоты, подведенное в процессе 1 – 2 – 3 к азоту, равно нулю. Определите, на каком расстоянии (в единицах объема) от оси р (давлений) находится изохора, проходящая через точки 1 и 3.



Решение:

Внутренняя энергия газа является функцией состояния, поэтому её изменение в процессе 1 → 2 → 3 равно:

$$\Delta U_{1\to2\to3} = \nu C_V(T_3 - T_1) = \frac{C_V}{R}(p_3V_3 - p_1V_1) = \frac{C_V}{R}(p_3 - p_1)V_1.$$

Работа, совершённая над газом в процессе 1 → 2 → 3, численно равна площади треугольника 1 → 2 → 3:

$$A_{1\to2\to3} = -\frac{(p_3 - p_1)\Delta V}{2}.$$

По первому закону термодинамики:

$$A_{1\to2\to3} + \Delta U_{1\to2\to3} = Q_{1\to2\to3} = 0.$$

Отсюда следует, что:

$$-\frac{(p_3 - p_1)\Delta V}{2} + \frac{C_V}{R}(p_3 - p_1)V_1 = 0.$$

С учётом того, что для азота $C_V = 5R/2$, мы получаем:

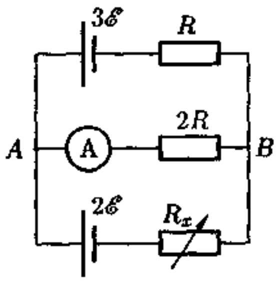
$$5V_1 = \Delta V, \qquad \text{или} \qquad V_1 = \Delta V/5.$$

Это и есть искомое расстояние от оси p (давлений) до изохоры 1 → 3.

Критерии оценивания:

Записано выражение для изменения внутренней энергии	3
Записано выражение для работы, совершенной над газом	3
Записан первый закон термодинамики	1
Найдено расстояние от оси p (давлений) до изохоры 1 – 3.	3

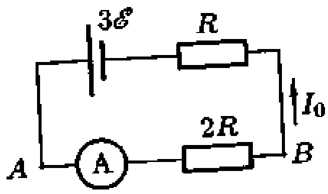
Задача 3. Переменный резистор.



В электрической цепи ЭДС батареек равны $3\mathcal{E}$ и $2\mathcal{E}$, а сопротивления резисторов $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_x = 3R$. На сколько процентов изменится сила тока, проходящая через амперметр, если сопротивление переменного резистора R_x увеличить на 5%?

Решение:

Мысленно отсоединим часть цепи, содержащую батарейку с ЭДС 2Е. Тогда сила тока, протекающая через оставшийся контур (см рис), будет равна:



$$I_0 = \frac{3\mathcal{E}}{R+2R} = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Найдем разность потенциалов между точками A и B:

$$\varphi_A - \varphi_B = 3\mathcal{E} - I_0R = 3\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{R}R = 2\mathcal{E}.$$

Поскольку ЭДС $2\mathcal{E}$ в точности равна разности потенциалов $(\varphi_A - \varphi_B)$, то подключение этой батареи к зажимам A и B не изменит разность потенциалов, и в этой ветви сила тока будет равна нулю:

$$(\varphi_A - \varphi_B) - 2\mathcal{E} = 0 = I_2R_x.$$

Следовательно, изменение сопротивления резистора R_x не повлияет на силу тока, проходящего через амперметр.

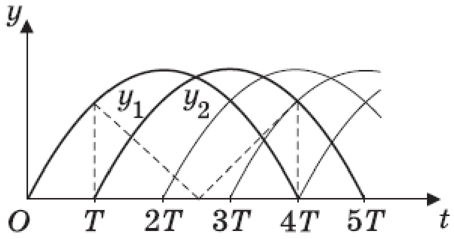
Критерии оценивания:

Найдена разность потенциалов	6
Отмечено, что $(\varphi_A - \varphi_B) = 2E$	2
Сделан вывод, что сила тока не зависит от сопротивления переменного резистора	2

Задача 4. Жонглер.

Жонглер бросает шарики вертикально вверх с одинаковой скоростью через равные промежутки времени. При этом пятый шарик он бросает в тот момент времени, когда первый возвращается в точку бросания. Найти максимальное расстояние между первым и вторым шариками, если начальная скорость шариков 5 м/с. Ускорение свободного падения 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Зависимости координат первого и второго шариков от времени описываются уравнениями: $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, $y_2 = v_0(t - T) - \frac{g(t-T)^2}{2}$, где T — промежуток времени



между бросаниями шариков. Время полета каждого из шариков $t_0 = \frac{2v_0}{g}$, поэтому $T = \frac{t_0}{4} = \frac{v_0}{2g}$, причем первый и второй шарики находятся в полете одновременно при $T \le t \le 4T$ (см. рисунок, на котором сплошными линиями изображены зависимости координат шариков от времени). Расстояние между первым и вторым шариками $S = |y_1 - y_2| = \left|v_0 T + \frac{gT^2}{2} - gTt\right|$. График зависимости этой величины от времени изображен на рисунке штриховой линией. Анализ последнего выражения показывает, что оно достигает максимума при $t = T$ и при $t = 4T$, т. е. в момент бросания второго шарика и в момент возвращения первого шарика в исходную точку. Подставляя в выражение для расстояния между шариками одно из этих значений времени, получаем:

$$S_{max} = \frac{3v_0^2}{8g} \approx 0{,}94 \text{ м}.$$

Ответ. $S_{max} \approx 0{,}94$ м.

Критерии оценивания:

Записаны уравнения движения 1 и 2 шариков	2
Определено время полета каждого шарика	2
Определен промежуток времени между бросанием шариков	2
Записана формула для расстояния шариков	2
Получен правильный ответ	2

Задача 5. Кубик льда.

В цилиндрическом сосуде с площадью основания 11 см^2 находится кубик льда массой 11г при температуре -10^{0}С. Какое минимальное количество теплоты нужно сообщить льду для того, чтобы при дальнейшем нагревании уровень воды в сосуде не изменялся? Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг*^{0}С), удельная теплота плавления льда 330000 Дж/кг, плотность льда 900 кг/м^3. При расчете принять, что при плавлении кусок льда сохраняет форму куба.

Решение. Уровень воды в сосуде будет подниматься до момента всплытия льда. После этого, пока весь лед не растает, уровень воды будет находиться на одной и той же высоте h, которая определяется объемом воды, образовавшейся из всего растаявшего льда: $h = \dfrac{m}{S\rho_в}$. Здесь $\rho_в$ — плотность воды. С другой стороны, лед всплывет, когда глубина подводной части кубика станет равной h. Из условия плавания частично растаявшего кубика $\rho_л a^3 g = \rho_в a^2 h g$ находим длину его ребра: $a = \dfrac{h\rho_в}{\rho_л} = \dfrac{m}{S\rho_л}$. Отсюда масса начавшего плавать кубика $m' = \rho_л a^3 = \dfrac{m^3}{\rho_л^2 S^3}$. Таким образом, для того чтобы кубик всплыл, нужно, чтобы растаяла масса льда $m_x = m - m' = m - \dfrac{m^3}{\rho_л^2 S^3}$. Для этого требуется количество теплоты $Q = mc|t| + \lambda m_x$. Объединяя записанные выражения, получаем: $Q = mc|t| + \lambda m\left(1 - \dfrac{m^2}{\rho_л^2 S^3}\right) \approx 3{,}5$ кДж.

Ответ. $Q \approx 3{,}5$ кДж.

Критерии оценивания:

Указано условие, при котором не изменяется уровень воды	2
Определена высота уровня воды в сосуде	2
Найдена длина ребра частично растаявшего кубика	2
Определена масса растаявшего льда	2
Определено минимальное количество теплоты	2